



INFORMAÇÃO-PROVA  
**MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS**

**2018**

Prova 327

---

11.º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho e Decreto-Lei n.º 3/2008, de 7 de janeiro)

---

O presente documento divulga informação relativa ao Exame a Nível de Escola do Ensino Secundário da disciplina de Matemática Aplicada às Ciências Sociais, a realizar em 2018, nomeadamente:

- Objeto de avaliação;
- Caracterização da prova;
- Material;
- Duração;
- Critérios gerais de classificação;
- Formulário (em anexo).

### Objeto de avaliação

A prova tem por referência o Programa de Matemática Aplicada às Ciências Sociais e permite avaliar a aprendizagem passível de avaliação numa prova escrita de duração limitada, incidindo sobre os temas incluídos nos programas do 10.º e do 11.º anos de escolaridade que se discriminam no quadro apresentado na página seguinte.

A resolução dos itens da prova pode envolver:

- produção de textos com conteúdos matemáticos;
- interpretação e resolução de situações do quotidiano (simplificadas), recorrendo a modelos matemáticos;
- aplicação e comparação de diversos métodos eleitorais;
- aplicação de métodos para obter uma partilha equilibrada;
- aplicação de técnicas e de conceitos matemáticos na resolução de problemas concretos (por exemplo, envolvendo modelos financeiros);
- determinação ou utilização de modelos discretos de crescimento linear e de crescimento exponencial;
- utilização da calculadora gráfica nas diferentes regressões (linear, exponencial, logarítmica e logística), para obter modelos abstratos a partir de dados apresentados.

## Caracterização da prova

Os itens podem ter como suporte um ou mais documentos, como textos, tabelas, figuras e gráficos.

A sequência dos itens pode não corresponder à sequência dos temas do programa.

A resposta a cada item pode envolver a mobilização de conteúdos relativos a mais do que um dos temas do programa.

A prova inclui itens de seleção (por exemplo, escolha múltipla) e itens de construção (por exemplo, resposta restrita, resposta extensa).

A prova é cotada para 200 pontos.

A distribuição da cotação pelos temas do programa apresenta-se no quadro seguinte.

### Distribuição da cotação

Temas	Cotação (em pontos)
Métodos de apoio à decisão (teoria matemática das eleições, teoria da partilha equilibrada)	30 a 50
Modelos matemáticos (modelos financeiros, modelos de grafos, modelos de crescimento populacional)	50 a 70
Estatística	90 a 110
Modelos de probabilidade	
Introdução à inferência estatística	

A prova inclui o formulário anexo a este documento.

## Material

As respostas são registadas em folha própria, fornecida pelo estabelecimento de ensino (modelo oficial).

Como material de escrita, apenas pode ser usada caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

O uso de lápis só é permitido nas construções que envolvam a utilização de material de desenho, devendo o resultado ser apresentado a tinta.

O examinando deve ser portador de material de desenho e de medição (lápis, borracha, régua, compasso, esquadro e transferidor), assim como de uma calculadora gráfica.

A lista das calculadoras permitidas é a fornecida pela Direção-Geral de Educação.

Não é permitido o uso de corretor.

## Duração

A prova tem a duração de 150 minutos, a que acresce a tolerância de 30 minutos.

## **Critérios gerais de classificação**

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

### **Itens de seleção**

Nos itens de escolha múltipla, a cotação do item só é atribuída às respostas que apresentem de forma inequívoca a opção correta. Todas as outras respostas são classificadas com zero pontos.

Nas respostas aos itens de escolha múltipla, a transcrição do texto da opção escolhida é considerada equivalente à indicação da letra correspondente.

### **Itens de construção**

Os critérios de classificação apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por níveis de desempenho resulta da pontuação do nível de desempenho em que forem enquadradas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

Nas respostas classificadas por níveis de desempenho, se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração.

Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos. A classificação das respostas aos itens que envolvam a produção de um texto tem em conta a organização dos conteúdos e a utilização adequada de vocabulário específico da Matemática.

As respostas que não apresentem exatamente os mesmos termos ou expressões constantes dos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação de todos os elementos visualizados na sua utilização.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens de resposta restrita e nos itens de resposta extensa que envolvam cálculos ou justificações.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «recorrendo às potencialidades gráficas da calculadora»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final quando a resolução do item exige cálculos ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não altere o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: <ul style="list-style-type: none"> <li>- nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista;</li> <li>- nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação</li> </ul>
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal na resolução de uma etapa.	resolução de uma etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.

Situação	Classificação
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado na forma de fração, e a resposta apresenta-se na forma decimal].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. . Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado.	A etapa relativa à apresentação do resultado é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada. Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas.

**Nota** – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

## Formulário

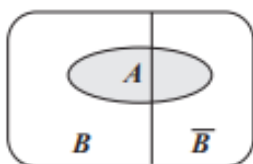
### Modelos de grafos

Condição necessária e suficiente para que um grafo conexo admita circuitos de Euler

Um grafo conexo admite circuitos de Euler se e só se todos os seus vértices forem de grau par.

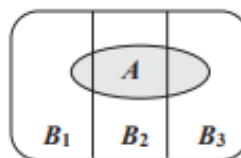
### Modelos de probabilidade

Teorema da probabilidade total e Regra de Bayes



$$\begin{aligned} P(A) &= P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = \\ &= P(B) \times P(A|B) + P(\bar{B}) \times P(A|\bar{B}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(B|A) &= \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \\ &= \frac{P(B) \times P(A|B)}{P(B) \times P(A|B) + P(\bar{B}) \times P(A|\bar{B})} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} P(A) &= P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + P(A \cap B_3) = \\ &= P(B_1) \times P(A|B_1) + P(B_2) \times P(A|B_2) + P(B_3) \times P(A|B_3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(B_k|A) &= \frac{P(A \cap B_k)}{P(A)} = \\ &= \frac{P(B_k) \times P(A|B_k)}{P(B_1) \times P(A|B_1) + P(B_2) \times P(A|B_2) + P(B_3) \times P(A|B_3)} \end{aligned}$$

podendo  $k$  tomar os valores 1, 2 ou 3

### Modelo normal

Se  $X$  é  $N(\mu, \sigma)$ , então:

$$\begin{aligned} P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) &\approx 0,6827 \\ P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) &\approx 0,9545 \\ P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) &\approx 0,9973 \end{aligned}$$

### Introdução à inferência estatística

Teorema do limite central para a distribuição de amostragem de uma média

Recolhendo uma amostra de dimensão  $n$  ( $n \geq 30$ ) de uma população  $X$  com valor médio  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$ , a distribuição de amostragem da média dessa amostra,  $\bar{X}$ , pode ser aproximada por uma distribuição normal com valor médio  $\mu$  e desvio padrão  $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ .

## Intervalos de confiança

Intervalo de confiança para o valor médio  $\mu$  de uma variável normal  $X$ , admitindo que se conhece o desvio padrão da variável

$\left] \bar{X} - z \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right[$
<p><math>n</math> – dimensão da amostra  <math>\bar{X}</math> – média amostral  <math>\sigma</math> – desvio padrão da variável  <math>z</math> – valor relacionado com o nível de confiança (*)</p>

Intervalo de confiança para o valor médio  $\mu$  de uma variável  $X$ , admitindo que se desconhece o desvio padrão da variável e que a amostra tem dimensão superior a 30

$\left] \bar{X} - z \times \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z \times \frac{s}{\sqrt{n}} \right[$
<p><math>n</math> – dimensão da amostra  <math>\bar{X}</math> – média amostral  <math>s</math> – desvio padrão amostral  <math>z</math> – valor relacionado com o nível de confiança (*)</p>

Intervalo de confiança para uma proporção  $p$ , admitindo que a amostra tem dimensão superior a 30

$\left] \hat{p} - z \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}, \hat{p} + z \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} \right[$
<p><math>n</math> – dimensão da amostra  <math>\hat{p}</math> – proporção amostral  <math>z</math> – valor relacionado com o nível de confiança (*)</p>

(\*) Valores de  $z$  para os níveis de confiança mais usuais

Nível de confiança	90%	95%	99%
$z$	1,645	1,960	2,576